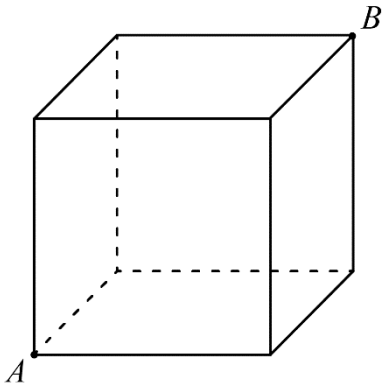
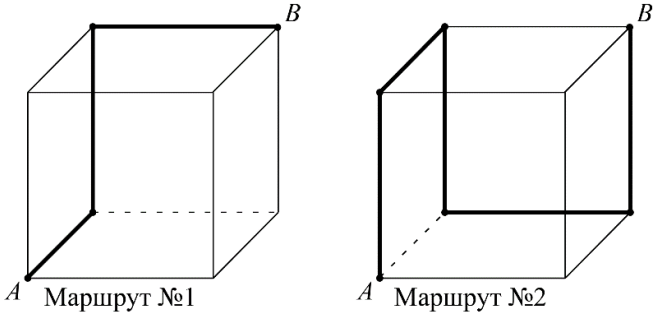
Задача 1.7.2. Как ни крути (10 баллов). Муравей направился из вершины A куба, стоящего на горизонтальной поверхности, к вершине B (см. рис), перемещаясь только по рёбрам этого куба, причем движение по горизонтальным и вертикальным рёбрам обязательно чередовались, и он не побывал ни в какой вершине дважды. Скорость перемещения муравья по вертикальным ребрам вверх была равна υ, вниз – 3υ, а по горизонтальным – он двигался с одинаковой скоростью.



Определите скорость муравья по горизонтальным рёбрам, если средняя скорость его движения от A к B не зависела от маршрута?

Возможное решение (Д. Подлесный). Возможны два варианта движения муравья с соблюдением ограничений, описанных в условии (см. рис.).



Пусть искомая скорость превышает скорость υ в k раз, т. е. равна $k\upsilon$, а длина ребра куба равна a.
Время движения по маршруту №1:

$$t_1 = \frac{a}{k\upsilon} + \frac{a}{\upsilon} + \frac{a}{k\upsilon} = \frac{k+2}{k}\frac{a}{\upsilon},$$

а средняя скорость:

$$\upsilon_1 = \frac{3a}{t_1} = \frac{3k}{k+2}\upsilon.$$

Аналогично, время движения и средняя скорость на маршруте №2:

$$t_2 = \frac{a}{\upsilon} + \frac{a}{k\upsilon} + \frac{a}{3\upsilon} + \frac{a}{k\upsilon} + \frac{a}{\upsilon} = \frac{7k+6}{3k}\frac{a}{\upsilon},$$

$$\upsilon_2 = \frac{5a}{t_2} = \frac{15k}{7k+6}\upsilon.$$

Поскольку по условию задачи $\upsilon_1 = \upsilon_2$, приходим к уравнению: $\frac{3k}{k+2} = \frac{15k}{7k+6}$, решая которое, находим $k = 2$. По горизонтальным рёбрам муравей перемещается со скоростью 2υ.

№	Задача 1.7.2. Критерии оценивания (10 баллов)	Баллы
1	Указано, что может быть два варианта движения муравья	2
2	Найдена средняя скорость υ_1 для маршрута из трёх участков	2
3	Найдена средняя скорость υ_2 для маршрута из пяти участков	2
4	Записано уравнение, учитывающее равенство $\upsilon_1 = \upsilon_2$,	2
5	Найдена скорость перемещения муравья по горизонтальному участку	2

Примечание: необоснованный ответ 2υ не оценивается.